

思考と発見のある授業（2）

名 雪 順 一*

Class with thinking and finding（2）

NAYUKI Junichi*

キーワード：思考，発見，アクティブ・ラーニング，展開，因数分解

1. はじめに

昨年度（2017年）、東京電機大学総合文化研究（第15号）研究ノート投稿に引き続き、「思考と発見のある授業（2）」として「主体的・対話的で深い学び」の授業実践をレポートします。

「主体的・対話的で深い学び」は、生徒たちが自ら考え、自ら学ぶ授業を通し、創造力、思考力などの能力を育てることを目標としています。

「新しい分かり方」(佐藤雅彦著 中央公論新社)という本が昨年出版されました。この本は、写真、絵、図などを見ただけで、人が持っている想像力、推測力などの潜在能力を喚起し、何が起きたかを思考させます。そして、その思考力によって、説明や解説なしで自ら分かり、その理由を説明することが出来るという人の持っている能力の高さに依拠した分かり方を提起しています。

例えば、「新しい分かり方」という文字一つ一つが大きさも向き（鏡文字もある）もバラバラに、さらに文字「り」が抜けて白紙の上にあります。

しかし、「新しい分かり方」と書いてあるだろうと推測してしまいます。

また、2枚の写真があり、1枚は、ビーカーの水中に卵が沈んでおり、その横に食塩が満杯に入ったビンが置いてあります。もう1枚は、卵が浮いており、空っぽの食塩ビンが置いてあります。

この文章だけでも、写真の前後で何が行われたかを皆さんも想像できたと思います。

このように人間の持っている想像力、推理力を

生かした分かり方が「新しい分かり方」です。

この分かり方を応用して、生徒たちが自ら考え、自ら学び、生徒たちの創造力、思考力などの能力を育てる授業創りを目指してみました。

2. 新しい分かり方

中学3年生で学ぶ「式の展開」「因数分解」について、「新しい分かり方」の授業実践を紹介いたします。

次の表（図）を準備します。

	㉞	㉟
㉟	①	②
㊱	③	④

(問題) 次の例の数字の並びを見て、空欄㉞～㊱、①～④を埋めよう。

(例1)

	㉞	1	㉟	2
㉟	①		②	
1		1		2
㊱	③		④	
3		3		6

*理工学部共通教育群非常勤講師 Part-time Lecturer, Division of Liberal Arts, Natural, Social and Health Sciences, School of Science and Engineering

(例 2)

$\textcircled{ア}$	1	$\textcircled{イ}$	3
$\textcircled{ウ}$	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	
1	1	3	
$\textcircled{エ}$	$\textcircled{3}$	$\textcircled{4}$	
4	4	12	

(問 1)

(1)

$\textcircled{ア}$	1	$\textcircled{イ}$	3
$\textcircled{ウ}$	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	
1			
$\textcircled{エ}$	$\textcircled{3}$	$\textcircled{4}$	
5			

(2)

$\textcircled{ア}$	1	$\textcircled{イ}$	4
$\textcircled{ウ}$	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	
1			
$\textcircled{エ}$	$\textcircled{3}$	$\textcircled{4}$	
8			

生徒は、例 1、例 2 を見て、
 $\textcircled{1}$ は、 $\textcircled{ア} \times \textcircled{ウ}$ 、 $\textcircled{2}$ は、 $\textcircled{イ} \times \textcircled{ウ}$ 、
 $\textcircled{3}$ は、 $\textcircled{ア} \times \textcircled{エ}$ 、 $\textcircled{4}$ は、 $\textcircled{イ} \times \textcircled{エ}$
 と予想します。それをもとに、
 上記 (問 1) を解決します。

答 (1) $\textcircled{1}$ 1、 $\textcircled{2}$ 3、 $\textcircled{3}$ 5、 $\textcircled{4}$ 15

(2) $\textcircled{1}$ 1、 $\textcircled{2}$ 4、 $\textcircled{3}$ 8、 $\textcircled{4}$ 32

(問 2)

(1)

$\textcircled{ア}$		$\textcircled{イ}$	
$\textcircled{ウ}$	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	
1	1	5	
$\textcircled{エ}$	$\textcircled{3}$	$\textcircled{4}$	
4	6	30	

これは、(問 1) の逆の計算で、(問 2) (1) の

$\textcircled{ア} \sim \textcircled{エ}$ を次のように考えます。

$\textcircled{1} = 1$ より、 $\textcircled{ア} = 1$ 、 $\textcircled{ウ} = 1$ 、そして、
 $\textcircled{2} = 5$ 、 $\textcircled{ウ} = 1$ より、 $\textcircled{イ} = 5$ 、さらに、
 $\textcircled{3} = 6$ 、 $\textcircled{ア} = 1$ より、 $\textcircled{エ} = 6$ 、これで
 $\textcircled{ア} = 1$ 、 $\textcircled{イ} = 5$ 、 $\textcircled{ウ} = 1$ 、 $\textcircled{エ} = 6$ と決定します。

(2)

$\textcircled{ア}$		$\textcircled{イ}$	
$\textcircled{ウ}$	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	
1	1	3	
$\textcircled{エ}$	$\textcircled{3}$	$\textcircled{4}$	
7	7	21	

答 (2) $\textcircled{ア} = 1$ 、 $\textcircled{イ} = 3$ 、 $\textcircled{ウ} = 1$ 、 $\textcircled{エ} = 7$

(問 3)

条件 $\textcircled{2} + \textcircled{3} = 7$

$\textcircled{ア}$		$\textcircled{イ}$	
$\textcircled{ウ}$	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	
1	1		
$\textcircled{エ}$	$\textcircled{3}$	$\textcircled{4}$	
12		12	

これは、(問 2) の発展版です。
 $\textcircled{1} \times \textcircled{エ} = 12$ となる $\textcircled{イ}$ 、 $\textcircled{エ}$ は 1×12 、 2×6 、
 3×4 と 3 通りが考えられます。
 そのうち、条件 $\textcircled{2} + \textcircled{3} = 7$ になるのは、
 次のように決まります。

$\textcircled{ア}$	1	$\textcircled{イ}$	3
$\textcircled{ウ}$	$\textcircled{1}$	$\textcircled{2}$	
1	1	3	
$\textcircled{エ}$	$\textcircled{3}$	$\textcircled{4}$	
4	4	12	

3. 式の展開へ発展

次に文字式で考えてみましょう。

㉞	x	㉟	2
㉞	①	②	
x			
㉟	③	④	
3			

生徒は、次のようにします。

㉞	x	㉟	2
㉞	①	②	
x	x ²	2x	
㉟	③	④	
3	3x	6	

これは、(よこ) × (たて) = (面積) です。

すなわち、

$$(x+2)(x+3) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

これが式の展開です。

4. 因数分解へ発展

㉞	x	㉟	5
㉞	①	②	
x	x ²	5x	
㉟	③	④	
2	2x	10	

生徒は、下記のように㉞、㉟、㉞、㉟を決定します。

㉞	x	㉟	5
㉞	①	②	
x	x ²	5x	
㉟	③	④	
2	2x	10	

これは、式の展開の逆を行っていることです。四角形の面積より、よことたてを決めています。すなわち、(面積) = (よこ) × (たて) です。

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} = (\textcircled{7} + \textcircled{1}) \times (\textcircled{7} + \textcircled{2})$$

$$x^2 + 5x + 2x + 10 = (x + 5)(x + 2)$$

これが因数分解です。

では、一つ練習をしてみましょう。

$$x^2 + 10x + 24 = (\quad) (\quad)$$

これは、条件 ②+③=10x

まず、x²を①に、24を④に入れます。

㉞	x	㉟	24
㉞	①	②	
x	x ²		
㉟	③	④	
3		24	

①×㉟=24となる㉟、㉟は1×24、2×12、3×8、4×6と4通りが考えられます。

そのうち、条件 ②+③=10xになるのは、次のように決まります。

㉞	x	㉟	4
㉞	①	②	
x	x ²	4x	
㉟	③	④	
6	6x	24	

よって、

$$x^2 + 10x + 24 = (x + 4)(x + 6)$$

と因数分解できます。

5. 公式を創る

㉞	a	㉟	b
㉞	①	②	
a	a ²	ab	
㉟	③	④	
b	ab	b ²	

	⑦ x	① a
⑤ x	① x^2	② ax
⑥ b	③ bx	④ ab

上記の表 (図) より、

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

などの公式を生徒たちは自ら発見、創り出していきます。

6. 授業を創る

私は、授業創りを下記のように考えています。

- (1) 生徒が興味・関心を持つ教材を提供する
- (2) 作図、工作、実験、ゲームなどでヒントを与え、生徒の考えを引き出す
- (3) 生徒が思考する中から発見させる
- (4) その発見を一般化し、法則化、規則化、公式化し、まとめる
- (5) それがどのように生かされているか、問題を解き、実感する

7. まとめ

今回は、「新しい分かり方」をヒントに生徒たち自らが想像、推測することにより、「式の展開」「因数分解」を発見的に学んでいく授業を創ってみました。

生徒たち自らが思考し、発見的に学び、公式を創り出していくことは、感動的な学びとなり、記憶にも残るものとなると思います。

最初に公式を教え込み、問題をその公式を使って解くだけでは、無味乾燥な感動のない勉強になり、テストが終わると忘れてしまうのではないのでしょうか。

授業で生徒たちが感動的に学び、生徒が創造者、発見者、研究者になるような授業を組み立てることが生徒の思考を育てることになると思います。

アインシュタインは、次のように言っています。
『教えるということは、こちらが差し出したものがつらい義務ではなく貴重な贈り物だと感じられるようなものであるべきです』

『Education is what remains after one has forgotten everything he learned in school.』
(教育とは、学校で学んだ一切を忘れてしまった後になって残るものである)

8. 学生の感想

2018年度東京電機大学理工学部、数学科教育法の授業を受講した学生の感想を紹介します。

- ・中学生、高校生の時に受けてきた授業は確かに、公式を覚えさせられ、計算練習をするというもので、関心を持ち、発見するという項目が抜けた授業ばかりだったから、つまらなかったのだと改めて気付いた。
自分が教師として授業を創るときには、「授業創り(1)～(5)」をしっかりできる教師になりたいと思う。
- ・今まで、ノートに板書を丸写しのつまらない授業だったけど、各自で考えて創り出す授業があることで数学に対してのモチベーションがまた上がりました。これからも研究して楽しく全員が関心を持つ授業を創って行きたいです。
- ・生徒に板書を書かせるのではなく、発見させることが授業であること。
いかに退屈な授業を楽しくさせることが重要かということが分かりました。
- ・全ての授業で共通していたのが、自分でやる、考える、発見する、でした。
中・高生にとっての授業がより良いものになるために、この授業を生かしていきたいと思えます。というか、もう塾で活用しています。
「数学嫌いだったけど好きになった！」
「もっと勉強したい！」と言ってくれる子が増えて嬉しいです。

参考文献

- 「新しい分かり方」(佐藤雅彦著 中央公論新社)
「アインシュタイン 150 の言葉」(ディスカヴァー21)