

課題番号	Q20J-01
課題名 (和文)	ラフ集合における一般化近似空間の位相的研究
課題名 (英文)	Topological properties of generalized approximation spaces in rough set theory
研究代表者	所属 (学部、学科・学系・系列、職位) 数学系列、教授 氏名 近藤通朗
共同研究者	所属 (学部、学科・学系・系列、職位) 氏名
	所属 (学部、学科・学系・系列、職位) 氏名

研究成果の概要 (和文)

近似空間 U に、被覆 C を用いて位相 τ を導入すると (任意の開集合の共通集合がまた開集合となる) Alexandrov 空間となること、被覆の任意の要素 K はこの位相 τ に関して閉集合となることを示した。さらにこの被覆による位相空間 (U, τ) が分離公理 $T1$ - $T4$ のうち一つを満たせば、離散空間となること、すなわち、 $\tau=P(U)$ などを示した。その後、さらに 2 種類の近傍演算子による位相を導入し、それにより得られる位相空間の性質を考察した。これらの位相がともに Alexandrov topology であること、近傍演算子 N により得られる組 $(N; \text{app})$ が Galois connection となるという代数的性質も示した。

研究成果の概要 (英文)

We consider topological properties of an approximation space U with a covering C of U . A topology τ is defined by use of covering C . We show that τ forms an Alexandrov topology and any member K of C is a closed subset with respect to τ . Moreover, we prove some fundamental properties of the topological space (U, τ) . In particular, if the topological space (U, τ) satisfies one of the separation axioms $T1$ - $T4$, then the topology τ should be a discrete one, $\tau=P(U)$. We also prove that the topology generated by the neighbourhood operator N is an Alexandrov topology and a pair (N, app) forms a Galois connection.

1. 研究開始当初の背景

データマイニングなどのデータ解析、ビッグデータに対する近似推論等、データ集合から一定の結論・規則を得る手法として、ラフ集合論が注目されている。ラフ集合における最も重要な概念が近似空間である。ラフ集合では、同値関係や類似関係などにより分けられたデータ集合（部分集合）を知識と考え、この部分集合に対して推論を行う。したがって、数学的には近似空間の部分集合を決定することが重要になる。本研究では X を任意の集合、 R を X 上の 2 項関係とする一般化近似空間 (X, R) に位相を導入し、位相空間としての性質を詳細に考察する。特に、部分集合の族として被覆 (covering) が与えられたとき、被覆から定義される位相の性質を詳細に検討し、その特徴を見出す。

2. 研究の目的

近似空間において、不完全な情報や矛盾する項目を含む項目の集合（データ集合）から有用な情報とルールを見つけるために、これまで多くの方法が提案されている。特に Pawlak により提案されたラフ集合論が活発に研究されている。この理論の中心的な概念が近似空間である。この理論は、同値関係から定義される上近似・下近似と呼ばれる演算子を用いてデータの部分集合を特定し、この特定された部分集合が知識を表すと考えるものである。したがって、近似空間における部分集合の特定が重要な問題となる。Pawlak による手法は、数学的には同値関係を用いて位相を決定することに対応しているため、より一般的な 2 項関係による位相の決定の研究として発展してきた。本研究では、2 項関係ではなくより直感的に理解しやすい被覆の概念を用いて位相を決定し、その性質の調べることを目的の一つとした。さらにデータ集合の項目間に大小などの順序関係がある場合に対応できるように、データ集合を単なる集合ではなく、数学的構造を持った集合とした。本研究では剰余束と呼ばれる非常に一般的な数学的構造に位相を導入する方法について考

察した。

3. 研究の方法

被覆を持つ一般近似空間において、任意に与えられた点を含む集合の共通部分 (近傍) を考え、この近傍から 2 項関係を定義し、被覆・近傍・2 項関係による位相空間の性質について考察した。

4. 研究成果

一般化近似空間に被覆を用いて位相を導入すると、(任意の開集合の共通集合がまた開集合となる) Alexandrov 空間となること、Hausdorff 空間にはならないこと、また分離公理のうち一つを満たせば、離散空間となることなどを示した (学術論文③)。その後、さらに 2 種類の近傍演算子による位相を導入し、それにより得られる位相空間の性質を考察した。これらの位相がともに Alexandrov topology であること、近傍演算子 N により得られる組 $(N; \text{app})$ が Galois connection となるという代数的性質も示した。この結果は現在 On topologies defined by neighbourhood operators of approximation spaces として、学術論文誌に投稿・査読中である。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① M.Kawaguchi and M.Kondo: Some properties on derivations of lattices, Journal of Algebraic systems, vol. 9 (2021), 21-33 (査読有)
- ② M.Kondo: Note on topologies induced by coverings of approximation spaces, Intern. J. of Approx. Reasoning, vol 129 (2021), 41-48 (査読有)
- ③ M.Kondo: Some properties of state filters in state residuated lattices, Math. Bohemica, vol. 146 (2021), 375-395 (査読有)
- ④ M.Kondo: Multiplicative derivations and d-filters of commutative residuated lattices, Soft Comp. vol.24 (2020), 7029-7033 (査読有)

〔学会発表〕（計 2 件）

① On extended order algebras, RIMS 共同研究

「論理・代数系・言語と計算機科学の周辺領域」

京都大学数理解析研究所, 2022 年 2 月 18 日

② Stabilizers in residuated lattices, RIMS 共同

研究「論理・言語・代数系と計算機科学の周辺領

域」, 京都大学数理解析研究所, 2021 年 2 月 19 日