様相三段論法のメレオトポロジー的考察

齋　藤　暢　人*

Mereotopological Considerations on Modal Syllogism

SAITO Nobuto*

Abstract

Mereotopology is a topologically extended version of mereology, which is endowed with features of modal algebras. It is already shown that mereology contains Aristotelian syllogism, so it is rather natural to surmise that mereotopology should have mereological counterpart for Aristotelian modal syllogism. In the followings we will show that our above conjecture is right because some, but indispensable part of modal syllogism has in fact many desirable mereotopological properties. We will show a list of theses of mereotopology, each of which corresponds to a formula of modal syllogism.

キーワード：三段論法，様相，メレオトポロジー，アリストテレス的，メレオロジー
Keywords：syllogism, modal, mereotopology, Aristotelian, mereology

0．はじめに

筆者は、これまでの研究で、メレオロジー（古典的メレオロジーClassical Mereology, CM）を拡張した体系であるメレオトポロジーMereotopology, MT を定式化し、さらに、アリストテレス的論理Aristotelian Logic, AL をメレオロジーによって解釈し、幾つかの結果を導いた [i]。他方で、アリストテレス的論理の拡張たるべきアリストテレス的様相論理Aristotelian Modal Logic, AML については、同様の方針のもとで検討し、結果を得たが、なお不明な点もある [ii]。そこで、本稿では、筆者のこれまでのささやかな成果をもとに、アリストテレス的論理の主要な部分であるいわゆる三段論法 Syllogism のアリストテレス的様相論理における拡張について考察することとする。つまり、アリストテレス的様相論理における三段論法である様相三段論法 Modal Syllogism とはいかなるものか、その定理はなにかを明らかにする。

1．メレオトポロジーとしてのアリストテレス的様相論理

まず、研究の背景を説明するために、冒頭で紹介した諸体系の関係を紹介しよう。ここで筆者が「アリストテレス的論理」と呼ぶのは、ウカシェヴィチによって現代的に整理されたアリストテレス『分析論前書』中の形式論理である [iii]。その意味論はメレオロジーであるが、伝統的形式論理においていわゆる「オイラーの図形」が用いられてきたことがその傍証である。ただし、ウカシェヴィチの不朽不滅の業績にもかかわらず、課題は残されている。彼の研究においては、アリストテレスの原典で展開されている様相論理部門が省略されている。それにはそれなりの理由がある。アリストテレス的様相論理には、

＊工学部人間科学系列非常勤講師　Part-time Lecturer, Department of Humanities, Social and Health Sciences, School of Engineering

これまでのところ致命的とも思えるさまざまな難点が指摘されており、現代論理の諸成果を以てしても、その体系化・再構成が容易でないことは認めざるを得ないのである。

しかしながら現状では、問題解決の道筋が仄見えてきたように思われる。私見では、困難の一因は、アリストテレス的様相論理AMLの再構成のために、フレーゲ、ラッセルの現代論理をベースにしたルイス、ラングフォード流の現代の様相論理を無造作に利用したことにあった。既述のように、アリストテレス的論理ALはメレオロジーCMであるから、その拡張たるAMLは、CMの自然な拡張であるべきである。したがって、これはAMLがメレオトポロジーMT である、ということを示唆するであろう。むろん、この主張が正当化されるには、MTを実際に与え、それがいかなるものなのかを明確にせねばならない。だが、これまでの研究により、この問題は解決されたように思う。AMLの解釈の基盤となる MT とは、実は次のようなものである（正確には、CMの体系にこれらを加える）。

メレオトポロジーMT

公理

(AMT.1) $ix<x$

(AMT.2) $iix=ix$

(AMT.3) $ix\times iy=i(x\times y)$

(AMT.4) $\sim i\sim x<>y \rightarrow x<>\sim i\sim y$

定義

(DMT.1) $cx \coloneqq \sim i\sim x$

(DMT.2) $Dxy \coloneqq x<iy$

(DMT.3) $Cxy \coloneqq x<>cy$

(DMT.4) $Exy \coloneqq x><cy$

(DMT.5) $Rxy \coloneqq x>iy$

この体系の原始概念は開核iであるが、閉包cを原始概念にとることもできる。重要なのは、これらによって、部分関係に加え、接触関係も含むメレオトポロジー的関係を記述できる、ということである。これは、諸定義(DMT.2-5)を見れば明らかであろう。直観的には、Dは内的部分、Cは接触を表す[iv]。

さらに、MTの存在から示唆されるように、メレオトポロジー的述語DやCにもとづく理論がありうる。ある意味ではこちらこそがメレオトポロジーであるとも言えよう。見方を変えれば、DやCに基づく理論の代数的意味論がMTなのである[v]。

体系D

公理

(AD.1) $Dxy \rightarrow x<y$

(AD.2) $x<y \wedge Dyz \wedge z<w \rightarrow Dxw$

(AD.3) $Dxy \wedge Dxz \rightarrow Dx(y\times z)$

(AD.4) $Dxy \rightarrow D\sim y\sim x$

(AD.5) $Dxy \rightarrow \exists z\,(Dxz \wedge Dzy)$

定義

(DD.1) $Cxy \coloneqq \neg Dx\sim y$

体系C

公理

(AC.1) $Cxy \rightarrow Cyx$

(AC.2) $C(x+y)z \leftrightarrow Cxz \vee Cyz$

(AC.3) $\neg Cxy \rightarrow \exists z\,(\neg Cxz \wedge \neg C\sim zy)$

(AC.4) $x<>y \rightarrow Cxy$

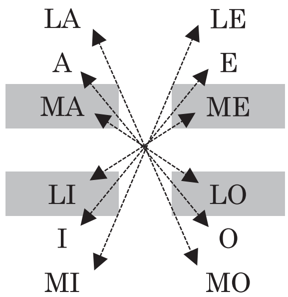
定義

(DC.1) $Dxy \coloneqq \neg Cx\sim y$

それぞれにおける定義を介して、体系 MT、D、Cはそれぞれ同値となる。これらの体系は、いわば、メレオトポロジーの本体に通ずる通路の入り口である。

では、こうした理論を踏まえてアリストテレス的様相論理AMLをとらえるとは、どういうことであろうか。AMLは、アリストテレス的論理ALに様相文を追加したものである。この事情は、対当を例にとるとわかりやすい[vi]。

【1.1　AMLにおける対当】



（矢印は矛盾関係）

図 1.1 の「A」「I」「E」「O」はそれぞれ全称肯定、特称肯定、全称否定、特称否定を表すが、「L」「M」を付したものは、それらがさらに必然性、可能性を帯びた場合を表す。

これまでの MT の検討から、述語 D、C、E、R は LA、MI、LE、MO に相当する [vii]。これらは相互にとりわけ緊密な関係をもっており、開核、閉包による表現に正確に対応する。問題は、図 1.1 のうち、網掛けの部分である MA、LI、ME、LO である。これらは、MT の観点からすると、実際には多義的である。つまり、複数の MT の式に対応する。それゆえ、MA などとすると、それらが無差別に一括されることになり、結果として論理構造が損なわれてしまう。そこで、これらを敢えて除外すれば、整合的で、かつメレオトポロジーの特徴を保った体系化が可能となる。網掛けのない部分 LA、MI、LE、MO を、いわば AML の核心的な部分とみなすのである。

これらの体系における定理として、既存の四つのメレオロジー的述語と新たに加わった四つのメレオトポロジー的述語のあいだの対応関係が導かれる。以前に別のところで論じたのでここでは詳説しないが、たとえば、先の図 1.1 にあたる事実は次のようになる [viii]。

【1.2　対当に関する諸事実】

Dxy	$Ex{\sim}y$	$Dx{\sim}y$	Exy
$\neg Cx{\sim}y$	$\neg Rxy$	$\neg Cxy$	$\neg Rx{\sim}y$
$x<y$	$x><{\sim}y$	$x<{\sim}y$	$x><y$
$\neg x<>{\sim}y$	$\neg x>y$	$\neg x<>y$	$\neg x>{\sim}y$
$\neg x<{\sim}y$	$\neg x><y$	$\neg x<y$	$\neg x><{\sim}y$
$x<>y$	$x>{\sim}y$	$x<>{\sim}y$	$x>y$
$\neg Dx{\sim}y$	$\neg Exy$	$\neg Dxy$	$\neg Ex{\sim}y$
Cxy	$Rx{\sim}y$	$Cx{\sim}y$	Rxy

（上段から下段が帰結する。枠内の式は同値である。）

さらに、体系 D あるいは C におけるいくつかの定理を、のちの議論のための補題として証明しておく。

定理

(1.1)　$x<y \to \forall z\,(Dzx \to Dzy)$

(1.2)　$x<y \to \forall z\,(Czx \to Czy)$

(1.3)　$x<y \to \forall z\,(Dyz \to Dxz)$

(1.4)　$Dxy \leftrightarrow \forall z\,(Czx \to z<>y)$

(1.1)から(1.3)の証明：

(1.1)と(1.3)は明らかである。(1.2)は(1.3)より帰結する。(1.3)と代入より $x<y \to (Dy{\sim}z \to Dx{\sim}z)$。対偶より $x<y \to (\neg Dx{\sim}z \to \neg Dy{\sim}z)$。D による C の定義より $x<y \to (Czx \to Czy)$。■

(1.4)の証明：

必要性：$Dxy \to \forall z\,(Czx \to z<>y)$は、(1.2)と同値であることを示す。まず $x<y \to \forall z\,(Czx \to Czy)$。変項を書き換えて $z<y \to \forall x\,(Cxz \to Cxy)$。C の対称性より $z<y \to \forall x\,(Czx \to Cxy)$。D による C の定義から $z<y \to \forall x\,(\neg Dz{\sim}x \to \neg Dx{\sim}y)$。対偶より $z<y \to \forall x\,(Dx{\sim}y \to Dz{\sim}x)$。代入より $z<{\sim}y \to \forall x\,(Dxy \to Dz{\sim}x)$。CM の述語の書き換えより $z><y \to \forall x\,(Dxy \to Dz{\sim}x)$。論理より $z><y \to (\neg Dxy \vee Dz{\sim}x)$（量化子省略）。論理より $z><y \to \neg(Dxy \wedge \neg Dz{\sim}x)$。対偶その他より $Dxy \wedge \neg Dz{\sim}x \to z<>y$。D による C の定義より $Dxy \wedge Czx \to z<>y$。論理より $Dxy \to \forall z\,(Czx \to z<>y)$（量化子回復）。■

十分性：$\forall z\,(Czx \to z<>y) \to Dxy$ が定理であることを示す。

補題：$Cxy \to \exists z\,(Czx \wedge z<y)$を示す。$Cxy$ とする。C の対称性より Cyx。CM の公理より $y<y$。よって $Cyx \wedge y<y$。ゆえに$\exists z\,(Czx \wedge z<y)$。ゆえに $Cxy \to \exists z\,(Czx \wedge z<y)$。■

補題より、D による C の定義より$\neg Dx{\sim}y \to \exists z\,(Czx \wedge z<y)$。対偶より$\neg\exists z\,(Czx \wedge z<y) \to Dx{\sim}y$。論理より$\forall z\,(Czx \to z>y) \to Dx{\sim}y$。CM の述語の書き換えより$\forall z\,(Czx \to z<>{\sim}y) \to Dx{\sim}y$。代入より$\forall z\,(Czx \to z<>y) \to Dxy$。■

以上より、(1.4)は定理である [ix]。

2．三段論法から様相三段論法へ

以上の準備のもとで、いよいよ本題の様相三段論

法の考察へと進もう。

まず、様相三段論法の土台にある三段論法について、関連する基本事項を確認しておこう。三段論法はALの部分系であり、その考察の対象が一定のパターンに限られているところに特徴がある。基本的には次の(1)から(4)のような格と呼ばれる主語・述語の組み合わせの四パターンのみを扱う。

(1) $\varphi yz \wedge \psi xy \rightarrow \chi xz$	(2) $\varphi zy \wedge \psi xy \rightarrow \chi xz$
(3) $\varphi yz \wedge \psi yx \rightarrow \chi xz$	(4) $\varphi zy \wedge \psi yx \rightarrow \chi xz$

ここでφ、ψ、χはA、E、I、Oのいずれかの述語であり、それぞれCMにおける<、<>、><、>に対応する。

このような制限により、三段論法における文法的に適格な式、いわゆる整式は $4\times4^3=4^4=256$ 個となる。その中で論理的に妥当なもの、すなわち定理は24個である。

様相三段論法をこの延長線上に位置づけ、AMLの部分系とし、メレオトポロジーMTによって解釈するならば、それは次のようなものとなる。すなわち、それは四つの格をもち、新旧あわせて八種の述語をもつ。その整式は $4\times8^3=2^{11}=2048$ 個あるはずである。

考察の対象をかく定めることで、解決すべき問題をかなり具体化できた。いま問われるべきは、このような理論における定理は何か、そして、それらから非定理を区別する方法は何か、である。

容易なのは定理についての考察である。というのも、すでにいかなる式が三段論法の定理であるのかは明らかになっているからである。この事実にもとづけば、様相三段論法の定理の多くが直ちに明らかとなるからである。三段論法に関する諸事実を明らかにしたのは言うまでもなくウカシェヴィチであるが、その成果は次のように非常に重要である。

ウカシェヴィチは、三段論法を論じるにあたって、その整式に機械的な通し番号を付けている。様相三段論法においても同様の番号を付すことは可能であるが、単純な通し番号では三段論法との関連が見通せない。そこで、式の適切な分類を考える必要がある。

さて、AMLの述語は、様相をもたないALの述語を様相によって修飾することで得られるものとみなすことができる。この想定される過程を様相化modalisationと呼ぶことにしよう。すると、様相三段論法の式は、ある三段論法の式に現れる三つの述語についての様相化の可能な組み合わせのひとつとなる。様相三段論法の式は、CMの式をもとに様相化された式のグループであるひとつの三段論法の式を含む八つの式からなるグループのいずれかに属することになる（$256\times8=2048$ となる)。三段論法に付された通し番号は、八つの式のグループに付された通し番号として再利用することもできる。

この分類によってできる式のグループを「派生群」と呼ぼう。派生群は以下のように図示できる。

【2.1　派生群】

X (Y.Z)

1	2	3	4
5	6	7	8

ここで、Xは三段論法の式に対応する番号、Yは格、Zは述語の組み合わせによる伝統的な式の名称である。重要な情報はXである。このグループに属する式は、Xを源として様相化によって派生するからである。以下では、様相三段論法の式を「(X.W)」によって指示することとする。Wは1から8の数字で、上記の表の欄の数字に対応する。

ひとたび派生群を構成すると、そこに属する式のあいだにある論理的な強弱の関係は容易に察知される。これは、その式の論理的な妥当性を検討するための重要な材料、根拠となる。

各派生群について一般に次のことが言える。まず、(X.1)は三段論法の式であり、CMの式である。これはいずれの派生群においても様相化されていない。下の段の式(X.5,6,7,8)は大前提が様相化されている。右の段の式(X.3,4,7,8)は小前提が様相化されている。偶数の欄の式(X.2,4,6,8)は結論が様相化されている。

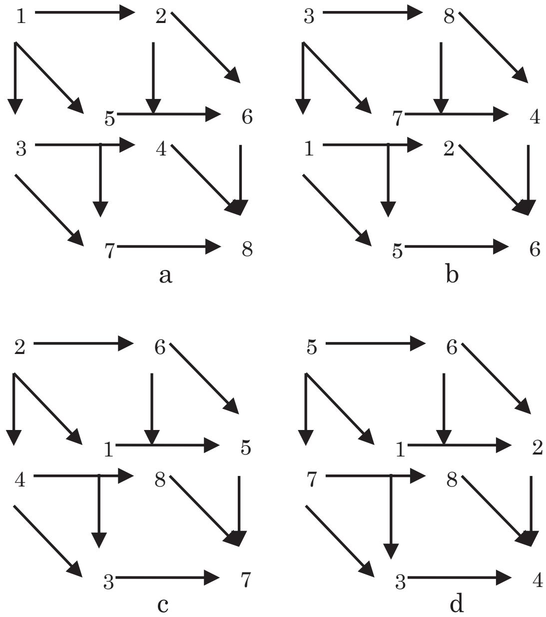
さて、様相三段論法の定理を調べるにあたり、出発点におかれるべきはCMの定理である。様相三段論法は三段論法の拡張であるから、メレオロジー

CM の定理を含む。つまり、CM の定理であれば、様相三段論法の定理である。さらにそれゆえ、様相三段論法の非定理は CM の定理でもない。

三段論法の定理は 24 個であった。これらから派生する様相三段論法の定理は、それぞれに対応する派生群に含まれるであろう。したがって、さしあたっての定理の候補は、24×8=192 個ある。

では、派生群を構成するそれぞれの式のあいだに認められる論理的な強弱について考えてみよう。三段論法の定理から得られる 24 個の派生群は 1、2、6、35、36、40、75、76、80、99、100、104、130、134、146、164、168、180、194、203、204、210、228、232 であるが、そのなかの式の論理的な強弱のパターンは四つある。式 1 から 8 のあいだになりたつ論理的関係は四つに分類できるのである。これらをそれぞれ a、b、c、d として図示してみよう。

【2.2　派生群における式の論理的関係】



第一の場合 a に属する派生群は 2、36、76、100、130、146、194、204、228 の九つである。第二の場合 b に属する派生群は 6、40、80、104、134、164、232 の七つである。第三の場合 c に属する派生群は 1、35、75、99、203 の五つである。第四の場合 d に属する派生群は 168、180、210 の三つである。

任意の派生群 X について、a においては、(X.1) の式が最強となる。(X.1)の式は CM の定理であるから、ここから帰結する式はすべて MT においても定理となる。それゆえ、この派生群に属する八つの式はすべて定理である。

b、c、d においては、(X.1)は最強ではない。そして、最強の式は、のちに詳述するように、定理ではない。(X.1)以下は定理であるから、問題は最強の式と(X.1)との間の式が定理かどうかである。b では、(X.4)、(X.7)が定理であるかどうか、c では、(X.4)、(X.6)が定理であるかどうか、d では、(X.6)、(X.7)が定理であるかどうかが問題となる。

b の場合、(6.4)、(6.7)、(40.4)、(40.7)、(80.4)、(80.7)、(104.4)、(104.7)、(134.4)、(134.7)、(164.4)、(164.7)、(232.4)、(232.7)であるが、これらは定理である。

c の場合、(1.4)、(1.6)、(35.4)、(35.6)、(75.4)、(75.6)、(99.4)、(99.6)、(203.4)、(203.6)であるが、これらは定理である。

d の場合、(168.6)、(168.7)、(180.6)、(180.7)、(210.6)、(210.7)であるが、これらは定理である。

したがって、すべての派生群について、それに属するすべての式が定理であるか、あるいはたかだかひとつの非定理を含む、ということがわかる。

以上の説明において、ある式が定理であるとき、それがどのような定理から帰結するのかを詳細には示さなかったが、それは不要であろう。また、式が定理でないということについては証明しなかったが、これに関しては再説する。

3．様相三段論法の定理

以上の考察を一覧表にまとめ、様相三段論法の定理としてどのような式が帰結するのかを確かめてみよう。

次ページ以降の表から明らかなように、様相三段論法の定理は少なくとも 177 個ある（のちに、より正確に考察する）。

一覧表のなかで、網掛けのない箇所の式は論理的に妥当、すなわち定理であり、網掛けの箇所の式は定理ではない。

1 (I.AAA)

y<z	y<z	y<z	y<z
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x<z	Dxz	x<z	Dxz
Dyz	Dyz	Dyz	Dyz
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x<z	Dxz	x<z	Dxz

2 (I.AAI)

y<z	y<z	y<z	y<z
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x<>z	Cxz	x<>z	Cxz
Dyz	Dyz	Dyz	Dyz
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x<>z	Cxz	x<>z	Cxz

6 (I.AII)

y<z	y<z	y<z	y<z
x<>y	x<>y	Cxy	Cxy
x<>z	Cxz	x<>z	Cxz
Dyz	Dyz	Dyz	Dyz
x<>y	x<>y	Cxy	Cxy
x<>z	Cxz	x<>z	Cxz

35 (I.EAE)

y><z	y><z	y><z	y><z
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x><z	Exz	x><z	Exz
Eyz	Eyz	Eyz	Eyz
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x><z	Exz	x><z	Exz

36 (I.EAO)

y><z	y><z	y><z	y><z
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz
Eyz	Eyz	Eyz	Eyz
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz

40 (I.EIO)

y><z	y><z	y><z	y><z
x<>y	x<>y	Cxy	Cxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz
Eyz	Eyz	Eyz	Eyz
x<>y	x<>y	Cxy	Cxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz

75 (II.AEE)

z<y	z<y	z<y	z<y
x><y	x><y	Exy	Exy
x><z	Exz	x><z	Exz
Dzy	Dzy	Dzy	Dzy
x><y	x><y	Exy	Exy
x><z	Exz	x><z	Exz

76 (II.AEO)

z<y	z<y	z<y	z<y
x><y	x><y	Exy	Exy
x>z	Rxz	x>z	Rxz
Dzy	Dzy	Dzy	Dzy
x><y	x><y	Exy	Exy
x>z	Rxz	x>z	Rxz

80 (II.AOO)

z<y	z<y	z<y	z<y
x>y	x>y	Rxy	Rxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz
Dzy	Dzy	Dzy	Dzy
x>y	x>y	Rxy	Rxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz

99 (II.EAE)

z><y	z><y	z><y	z><y
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x><z	Exz	x><z	Exz
Ezy	Ezy	Ezy	Ezy
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x><z	Exz	x><z	Exz

100 (II.EAO)

z><y	z><y	z><y	z><y
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz
Ezy	Ezy	Ezy	Ezy
x<y	x<y	Dxy	Dxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz

104 (II.EIO)

z><y	z><y	z><y	z><y
x<>y	x<>y	Cxy	Cxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz
Ezy	Ezy	Ezy	Ezy
x<>y	x<>y	Cxy	Cxy
x>z	Rxz	x>z	Rxz

130 (III.AAI)

y<z y<x x<>z	y<z y<x Cxz	y<z Dyx x<>z	y<z Dyx Cxz
Dyz y<x x<>z	Dyz y<x Cxz	Dyz Dyx x<>z	Dyz Dyx Cxz

134 (III.AII)

y<z y<>x x<>z	y<z y<>x Cxz	y<z Cyx x<>z	y<z Cyx Cxz
Dyz y<>x x<>z	Dyz y<>x Cxz	Dyz Cyx x<>z	Dyz Cyx Cxz

146 (III.EAO)

y><z y<x x>z	y><z y<x Rxz	y><z Dyx x>z	y><z Dyx Rxz
Eyz y<x x>z	Eyz y<x Rxz	Eyz Dyx x>z	Eyz Dyx Rxz

164 (III.EIO)

y><z y<>x x>z	y><z y<>x Rxz	y><z Cyx x>z	y><z Cyx Rxz
Eyz y<>x x>z	Eyz y<>x Rxz	Eyz Cyx x>z	Eyz Cyx Rxz

168 (III.IAI)

y<>z y<x x<>z	y<>z y<x Cxz	y<>z Dyx x<>z	y<>z Dyx Cxz
Cyz y<x x<>z	Cyz y<x Cxz	Cyz Dyx x<>z	Cyz Dyx Cxz

180 (III.OAO)

y>z y<x x>z	y>z y<x Rxz	y>z Dyx x>z	y>z Dyx Rxz
Ryz y<x x>z	Ryz y<x Rxz	Ryz Dyx x>z	Ryz Dyx Rxz

194 (IV.AAI)

z<y y<x x<>z	z<y y<x Cxz	z<y Dyx x<>z	z<y Dyx Cxz
Dzy y<x x<>z	Dzy y<x Cxz	Dzy Dyx x<>z	Dzy Dyx Cxz

203 (IV.AEE)

z<y y><x x><z	z<y y><x Exz	z<y Eyx x><z	z<y Eyx Exz
Dzy y><x x><z	Dzy y><x Exz	Dzy Eyx x><z	Dzy Eyx Exz

204 (IV.AEO)

z<y y><x x>z	z<y y><x Rxz	z<y Eyx x>z	z<y Eyx Rxz
Dzy y><x x>z	Dzy y><x Rxz	Dzy Eyx x>z	Dzy Eyx Rxz

210 (IV.IAI)

z<>y y<x x<>z	z<>y y<x Cxz	z<>y Dyx x<>z	z<>y Dyx Cxz
Czy y<x x<>z	Czy y<x Cxz	Czy Dyx x<>z	Czy Dyx Cxz

228 (IV.EAO)

z><y y<x x>z	z><y y<x Rxz	z><y Dyx x>z	z><y Dyx Rxz
Ezy y<x x>z	Ezy y<x Rxz	Ezy Dyx x>z	Ezy Dyx Rxz

232 (IV.EIO)

z><y y<>x x>z	z><y y<>x Rxz	z><y Cyx x>z	z><y Cyx Rxz
Ezy y<>x x>z	Ezy y<>x Rxz	Ezy Cyx x>z	Ezy Cyx Rxz

４．様相三段論法における排除

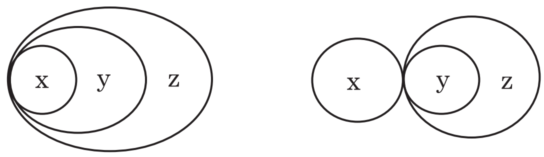
以上から明らかとなった様相三段論法の非定理のうち、(1.2)、(80.3)、(180.5)は、以下の非定理(4.1)と同値である。また、(6.3)、(35.2)、(40.3)、(75.2)、(99.2)、(104.3)、(134.3)、(164.3)、(168.5)、(203.2)、(210.5)、(232.3)は、やはり以下の非定理(4.2)と同値である。

(4.1)　　$y<z \wedge x<y \rightarrow Dxz$

(4.2)　　$y<z \wedge Cxy \rightarrow x<>z$

これらが定理ではないことは、次の反証モデルの存在からわかる。

【4.1　非定理の反例】



(4.1)の反証モデル　　(4.2)の反証モデル

y が z の部分であり、かつ x が y の部分であっても、x は z の内的部分ではないことがありうる（左図）。また、y が z の部分であり、かつ x が y と接していても、x と z が重複しないことがありうるのである（右図）。

これらには興味深い関係がある。まず、これらは同値である。

証明：

$y<z \wedge x<y \rightarrow Dxz$ とする。代入より $\sim y<\sim z \wedge x<\sim y \rightarrow Dx\sim z$。対偶その他より $z<y \wedge \neg Dx\sim z \rightarrow \neg x<\sim y$。定義より $z<y \wedge Cxz \rightarrow x<>y$。ゆえに $y<z \wedge Cxy \rightarrow x<>z$。■

また、これらからはそれぞれ次の式が帰結する（証明略）。

(4.3)　　$x<y \rightarrow Dxy$

(4.4)　　$Cxy \rightarrow x<>y$

これらはメレオトポロジーにおける大小関係の逆になっている。つまり、実質的に大小関係を無効にするものである。ウカシェヴィチの研究をもとに考察すると、大小関係の逆は、三段論法の非定理を導出する根拠となる排除公理でありうる。ここから類推すると、これらの式は様相三段論法における排除公理の候補であろう。

これらと同値なのは Dxx である。これを排除公理とすることで、さらにいくつか定理が示される。

196 (IV.AAO)

$z<y$ $y<x$ $x>z$	$z<y$ $y<x$ Rxz	$z<y$ Dyx $x>z$	$z<y$ Dyx Rxz
Dzy $y<x$ $x>z$	Dzy $y<x$ Rxz	Dzy Dyx $x>z$	Dzy Dyx Rxz

(196.1)は定理ではない。しかし、それ以外は定理である。例えば、(196.2)の証明は以下のとおりである。

証明：

$z<y$ かつ $y<x$ とする。Dxz と仮定する。前提より $z<x$。仮定より $x<z$。ゆえに $x=z$。ゆえに Dxx。しかしこれは排除される。それゆえ $\neg$Dxz。すなわち Rxz。■

残りの式もほぼ同様に証明されるか、あるいは直ちに明らかである。

よって、様相三段論法の定理は、さらに 7 個増えて、少なくとも 184 個ある。

もうひとつの排除公理の候補は $Dxy \wedge Dzy \rightarrow Cxz$ である。

66 (II.AAI)

$z<y$ $x<y$ $x<>z$	$z<y$ $x<y$ Cxz	$z<y$ Dxy $x<>z$	$z<y$ Dxy Cxz
Dzy $x<y$ $x<>z$	Dzy $x<y$ Cxz	Dzy Dxy $x<>z$	Dzy Dxy Cxz

この式は(66.8)であり、派生群 66 における最弱の式である。

本稿ではこれまで、様相三段論法における定理を導いてきたが、排除公理を適切に与えることにより、非定理が帰結しないことも証明できるであろう。いわゆる決定問題 Entscheidungsproblem であるが、ここはウカシェヴィチの三段論法研究の手法に倣うわけである。しかし、紙幅も尽きてきたので、詳細は別の機会に譲りたい。

5．おわりに

本稿では、これまでのメレオトポロジーの研究成果から、アリストテレス的様相論理をメレオトポロジーとしてとらえ、様相三段論法の定理を見出すことに努めた。残る課題は様相三段論法の非定理を突き止め、決定問題を解決することであるが、現段階においても、アリストテレス的様相論理とはいかなるものかについて、わずかながらも具体的な解明の歩みを進め得たのではないか。研究完結の機会が近く訪れんことを期待して筆を擱く。

---

[i] SAITO (2011)
[ii] SAITO (2015a)
[iii] Łukasiewicz (1957)
[iv] 詳細は SAITO (2015a, 2015b, 2016)をみよ。
[v] SAITO (2016)で多少詳しく述べた。
[vi] Cf. McCall (1963, 33-36)
[vii] SAITO (2015b)
[viii] 詳細は SAITO (2015b)をみよ。
[ix] Casati、Varzi らのメレオトポロジー研究に現れる式であるが、その妥当性は裏付けられた。ただし、彼らの議論には補足が必要に思われる。

文献

［非邦語］

Łukasiewicz, J., 1957, *Aristotle's Syllogistic: From the Standpoint of Modern Formal Logic*, 2nd ed., Oxford: Clarendon

McCall, S., 1963, *Aristotle's Modal Syllogisms*, Amsterdam: North-Holland

［邦語］

齋藤暢人, 2011, 「アリストテレス的論理とメレオロジー――「ウカシェヴィチ最後の謎」を解く――」『論理哲学研究』7（日本論理哲学会）, 39-55

――, 2013, 「メレオトポロジーの単純化」『論理哲学研究』8（日本論理哲学会）,1-12

――, 2015a, 「アリストテレス的様相論理とメレオトポロジー」『論理哲学研究』9（日本論理哲学会）, 33-56

――, 2015b, 「メレオトポロジーの意味論」『東京電機大学総合文化研究』13, 203-210

――, 2016, 「分析的存在論のメレオトポロジー的基礎」『フィロソフィア』103（早稲田大学哲学会）, (23)-(38)